

Traduza os textos abaixo:

### Texto 1

A scalar conservation law in one space dimension is a first-order partial differential equation of the form

$$u_t + f(u)_x = 0. \quad (1)$$

Here  $u$  is called the conserved quantity while  $f$  is the flux. Equations of this type often describe transport phenomena. Using the chain rule, the equation (1) can be written in the quasilinear form

$$u_t + A(u)u_x = 0, \quad (2)$$

where  $A(u) = Df(u)$  is the Jacobian matrix of first-order partial derivatives of  $f$ . For smooth solutions, the two equations (1) and (2) are entirely equivalent. However, if  $u$  has a jump at a point  $b$ , the left-hand side of (2) will contain a product of the discontinuous function  $A(u)$  with the distributional derivative  $u_x$ , which in this case contains a Dirac mass at the point  $b$ . In general, such a product is not well defined. Hence, (2) is meaningful only within a class of continuous functions. On the other hand, the equation (1) is in divergence form and can be always interpreted in distributional sense. More precisely, a locally integrable function  $u = u(t, x)$  is a weak solution of (1) provided that

$$\iint u\varphi_t + f(u)\varphi_x dxdt = 0$$

for every continuous differentiable function with compact support  $\varphi$ .

### Texto 2

**Theorem 1:** If  $x \in G$ , a group of order  $N$ , then  $x^N = e$ . In particular when  $G = (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^\times$ , the group of integers which are non-zero mod  $p$  under multiplication, this implies Fermat's Little Theorem. Indeed, there are  $p - 1$  elements in this group, so the above theorem implies that  $x^{p-1} = e$  for all elements  $x \in G$ . What does this equality mean in the group? The identity element is given by 1 mod  $p$ , and equality in this group means two numbers are congruent mod  $p$ . So this statement translates to:

$$x^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

for all elements  $x$  which are non-zero mod  $p$ . More generally, when  $G = (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^\times$ , the group of integers mod  $n$  which are relatively prime to  $n$ , we get a special case of the above theorem known as Euler's theorem. We denote the order of  $G$  by the number  $f(n)$  and the statement  $x^N = e$  in the Theorem 1, similarly translates to  $x^{f(n)} \equiv 1 \pmod{n}$ . You might try investigating the properties of  $f(n)$ , the number of relatively prime integers to  $n$  mod  $n$ , by doing a few examples. Since divisibility is so important to us, this turns out to be a very important function.

Again, why do we ever need to consider groups? Believe it or not, this added abstraction often makes problems easier. By reducing to a generic object defined by axioms, you can often see a clearer picture of what's going on and why. However, you will never see how far your theory extends unless you think about what makes the proof work and what axioms are essential to demonstrating its truth.

## Tradução Texto 1

A scalar conservation law in one space dimension is a first-order partial differential equation of the form

$$u_t + f(u)_x = 0. \quad (1)$$

Uma lei de conservação escalar em uma dimensão espacial é uma equação diferencial parcial de primeira ordem da forma

$$u_t + f(u)_x = 0. \quad (1)$$

Here  $u$  is called the conserved quantity while  $f$  is the flux. Aqui  $u$  é chamado de quantidade conservada enquanto  $f$  é o fluxo.

Equations of this type often describe transport phenomena. Equações desse tipo frequentemente descrevem fenômenos de transporte.

Using the chain rule, the equation (1) can be written in the quasilinear form

$$u_t + A(u)u_x = 0, \quad (2)$$

where  $A(u) = Df(u)$  is the Jacobian matrix of first-order partial derivatives of  $f$ .

Usando a regra da cadeia, a equação (1) pode ser escrita na forma quasilinear

$$u_t + A(u)u_x = 0, \quad (2)$$

onde  $A(u) = Df(u)$  é a matriz Jacobiana das derivadas parciais de primeira ordem de  $f$ .

For smooth solutions, the two equations (1) and (2) are entirely equivalent. Para soluções suaves, as duas equações (1) e (2) são inteiramente equivalentes.

However, if  $u$  has a jump at a point  $b$ , the left-hand side of (2) will contain a product of the discontinuous function  $A(u)$  with the distributional derivative  $u_x$ , which in this case contains a Dirac mass at the point  $b$ . No entanto, se  $u$  tem um salto em um ponto  $b$ , o lado esquerdo de (2) conterá um produto da função descontínua  $A(u)$  com a derivada distribucional  $u_x$ , que neste caso contém uma massa de Dirac no ponto  $b$ .

In general, such a product is not well defined. Em geral, tal produto não é bem definido.

Hence, (2) is meaningful only within a class of continuous functions. Portanto, (2) é significativo apenas dentro de uma classe de funções contínuas.

On the other hand, the equation (1) is in divergence form and can be always interpreted in distributional sense. Por outro lado, a equação (1) está na forma de divergência e pode ser sempre interpretada no sentido distribucional.

More precisely, a locally integrable function  $u = u(t, x)$  is a weak solution of (1) provided that

$$\iint u\varphi_t + f(u)\varphi_x dxdt = 0$$

for every continuous differentiable function with compact support  $\varphi$ .

Mais precisamente, uma função localmente integrável  $u = u(t, x)$  é uma solução fraca de (1) desde que

$$\iint u\varphi_t + f(u)\varphi_x dxdt = 0$$

para toda função  $\varphi$  continuamente diferenciável com suporte compacto .

## Texto 2 - Tradução

**Theorem 1:** If  $x \in G$ , a group of order  $N$  , then  $x^N = e$ . **Teorema 1:** Se  $x \in G$ , um grupo de ordem  $N$  , então  $x^N = e$  .

In particular when  $G = (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^\times$ , the group of integers which are non-zero mod p under multiplication, this implies Fermat's Little Theorem. Em particular quando  $G = (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^\times$ , o grupo de inteiros que são diferentes de zero mod p sob multiplicação, isso implica o Pequeno Teorema de Fermat.

Indeed, there are  $p - 1$  elements in this group, so the above theorem implies that  $x^{p-1} = e$  for all elements  $x \in G$ . De fato, há  $p - 1$  elementos neste grupo, então o teorema acima implica que  $x^{p-1} = e$  para todos os elementos  $x \in G$ .

What does this equality mean in the group? The identity element is given by 1 mod p, and equality in this group means two numbers are congruent mod p. O que essa igualdade significa no grupo? O elemento identidade é dado por 1 mod p, e igualdade neste grupo significa que dois números são congruentes mod p.

So this statement translates to:

$$x^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

for all elements  $x$  which are non-zero mod p. Então esta afirmação se traduz para:

$$x^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

para todos os elementos  $x$  que são diferentes de zero mod p.

More generally, when  $G = (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^\times$ , the group of integers mod n which are relatively prime to n, we get a special case of the above theorem known as Euler's theorem. Mais geralmente, quando  $G = (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^\times$ , o grupo de inteiros mod n que são coprimos com n, obtemos um caso especial do teorema acima conhecido como teorema de Euler.

We denote the order of  $G$  by the number  $f(n)$  and the statement  $x^N = e$  in the Theorem 1, similarly translates to  $x^{f(n)} \equiv 1 \pmod{n}$ . Denotamos a ordem de  $G$  pelo número  $f(n)$  e a declaração  $x^N = e$  no Teorema 1, similarmente se traduz para  $x^{f(n)} \equiv 1 \pmod{n}$ .

You might try investigating the properties of  $f(n)$ , the number of relatively prime integers to n mod n, by doing a few examples. Você pode tentar investigar as propriedades de  $f(n)$ , o número de inteiros coprimos com n, fazendo alguns exemplos.

Since divisibility is so important to us, this turns out to be a very important function. Como a divisibilidade é tão importante para nós, isso acaba sendo uma função muito importante.

Again, why do we ever need to consider groups? Novamente, por que precisamos considerar grupos?

Believe it or not, this added abstraction often makes problems easier.[Acredite ou não, essa abstração adicional frequentemente torna os problemas mais fáceis.](#)

By reducing to a generic object defined by axioms, you can often see a clearer picture of what's going on and why.[Ao reduzir a um objeto genérico definido por axiomas, você pode frequentemente ver uma imagem mais clara do que está acontecendo e por quê.](#)

However, you will never see how far your theory extends unless you think about what makes the proof work and what axioms are essential to demonstrating its truth.[No entanto, você nunca verá até onde sua teoria se estende a menos que pense sobre o que faz a prova funcionar e quais axiomas são essenciais para demonstrar sua verdade.](#)